

文献：Matti Pursula(2001),Mathematical Methods on Optimization in Transportation Systems, KLUWER ACADEMIC PUBLISHERS

要約

パークアンドライドは、居住地域にある地下鉄ネットワークの駅と同様の通勤輸送システムである。このパークアンドライドの領域は、様々な異なる目的に利用できる。特に、路線の中にカバーされている人口が、トリップ数の期待値と関連すると仮定した場合の輸送範囲の評価などに利用できる。

本研究ではパークアンドライド利用者の領域を、自家用車利用の所要時間と2つ以上の輸送機関を利用した場合の所要時間との比較によって示す。この方法論は、利用者から最も近い駅Sと目的地Dとの境界が双曲線となるような地域を確定させることを導く。

更に、中心地と郊外部でのトリップは異なる平均速度と仮定されるとき、領域内で制限される曲線はもたらされる円錐曲線と同じ種類に所属する。

そして、パークアンドライド利用者の隣接する駅間の境界は双曲線の一部と特徴付けられる。この曲線の関係から最適化問題が提案される。

キーワード：輸送システム・パークアンドライド・範囲

1 イントロダクション

ネットワーク問題では、人数や需要点の最大化という判断基準が使われる。そして、領域という概念が1つの目的関数となる。領域は都市輸送システムの中で重要な指標である。

駅までの移動には以下に挙げる4つの手段がある。バス(トラム)パークアンドライド、キスアンドライド(家人による送迎)。

領域についての定義はBolgerらによって提案された。カルガリーのLRTに適用された。

2 パークアンドライドの領域

カルガリーのLRT駅における状況... 1/3は自家用車利用, 2/3はパークアンドライドや送迎などによって駅まで来る。

(提案された割合...バス:60-65% パークアンドライド:15-20% 送迎:15% 徒歩:5%)
これらの異なるアクセスの領域は以下のように定義できる。

S駅からの分担領域： $R(S) = R_b(S) + R_p(S) + R_d(S) + R_w(S)$

$R_p(S)$

駅に行くためにパークアンドライド設備を用いる場合の領域。

$R_w(S)$

歩く時の領域。 τ_p 距離を用いることで表わされる。 $\tau > 0$ であり、 $p \in [1, 2]$ である。 τ_p 距離とは、重み付けされた l_p 距離のことである。実際の距離の分散が最小になるように設定する。

$R_b(S)$

自宅からバス停までの移動時間、バス停での待ち時間、バスを降りてから駅に到着するまでの時間など一連の行動全体について考慮した場合の領域。自家用車より短い時間で行けるかどうか焦点となる。

$R_d(S)$

家人などによって送迎される場合の領域。住人の1人が仕事に向かい、他の人が公共交通機関を利用して最終目的地へ行く場合を想定している。

領域の定義... 自家用車を利用した場合の駅までの時間を考慮するべき。これらの移動の種類より、各領域は円状にはならず、ベル状(双曲線状)となる。それは、利用者がただ最も近い駅に行くだけでなく、総移動時間が小さい駅へ向かう場合もあるからである。輸送システムは自家用車との競争にさらされているのだ。

Pursula, M. and Niittymaki (eds.) (2001): Mathematical Methods on Optimization in Transportation Systems, Kluwer.

Chapter 5

Park-and-Ride station catchment areas in metropolitan rapid transit systems

2.1 Transit mode competition in a homogeneous area

Figure 0 に示すように自宅 X から目的地 D まで移動するとき , トランジットシステムを用いる経路での所要時間と自家用車で直接目的地 D までの行く所要時間の差が d を超えないときトランジットシステムを用いた経路によって移動すると考えられる .

$$t_c(X, S) + t_t(S, D) \leq t_c(X, D) + d$$

d : 両経路の料金 , 快適さ , 駐車場からの徒歩時間 , 待ち時間などを所要時間に換算したもの .

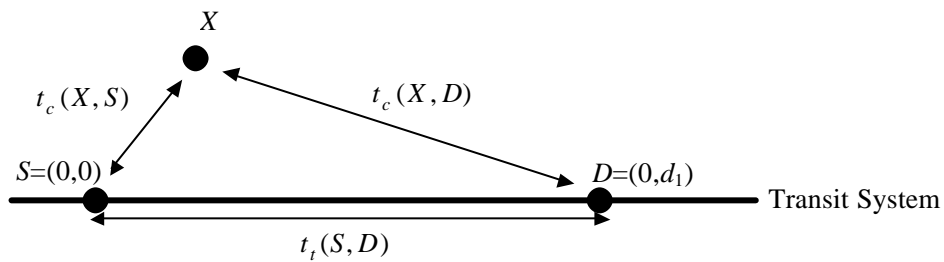


Figure 0

$t_i(A, B)$: 地点 A から地点 B まで交通手段 i で移動したときの期待所要時間

$d_i(A, B)$: 地点 A から地点 B まで交通手段 i で移動したときの移動距離

交通手段 $i = \{ c \text{ (自家用車)}, t \text{ (トランジットシステム)} \}$

地点 $A, B = \{ X \text{ (自宅)}, S \text{ (郊外に位置する駅)}, D \text{ (目的地: CBD に位置する駅)} \}$

定理 1

次式を満たす点の軌跡は S と D の双曲線のうち , 片方の曲線である .

$$t_c(X, S) + t_t(S, D) = t_c(X, D) + d$$

v_i を交通手段 i の平均移動速度とすると上式は次式のようになり , d_c がある重み付きユークリッド距離をあらわす限り , S と D を焦点とする双曲線の片方であることがわかる .

$$\frac{d_c(X, S)}{v_c} - \frac{d_c(X, D)}{v_c} = d - \frac{d_t(S, D)}{v_t} ; \text{ or } d_c(X, S) - d_c(X, D) = 2a$$

もし移動費用が所要時間に比例すると考え , $\text{cost}_i(A, B) = a_i t_i(A, B)$ とあらわせば移動費用によって移動経路の選択を考えても同様の結果となる . ここで , a_i は非負の定数で , 概算により求められる .

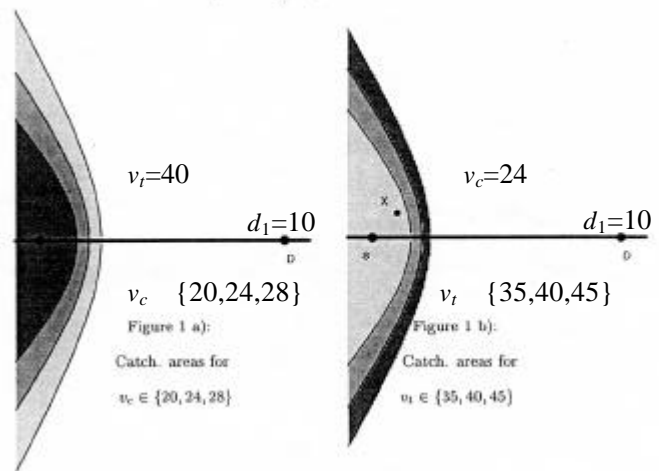
これを直交座標系であらわし， y について解くと次のようになる．

$$y = \pm \sqrt{\left(-\frac{d_1}{2a}x + \frac{d_1^2}{4a} - a\right)^2 - x^2}, \quad \forall x \leq \frac{d_1^2 - 4a^2}{2d_1 + 4a}$$

また，離心率は $\frac{2d_t(S, D)}{v_c \left(\frac{d_t(S, D)}{v_t} - d \right)}$ となるため，いくつかの d を考えると，焦点が同一で離心

率の異なる双曲線を描くことができる

Figure 1a) ではこの双曲線を境界とした，トランジットシステムが選択される領域をあらわしており，自家用車の速度 v_c が大きくなるほどその領域が小さくなっていく．Figure 1b) ではトランジットシステムの速度 v_t が大きくなるほどその領域が大きくなっていく．



ここまでは，個人の特性というものを考慮していなかったが，ランダム効用理論に基づくと，ある個人 q は次式で表される効用のうち大きいほうを選択すると考えられる．

$$U_{c\&t}^q(X) = V_{c\&t}(X) + V_{c\&t}^q + e_{c\&t}^q \quad \text{and} \quad U_c^q(X) = V_c(X) + V_c^q + e_c^q$$

$U_{c\&t}^q(X)$: 場所 X にいる個人 q の効用

$V_{c\&t}(X)$: 場所 X から目的地までの効用

$V_{c\&t}^q$: 個人 q に関連した要素

$e_{c\&t}^q$: 個人 q の固有の選考によるランダムな要素

トランジットシステムを用いる条件は

$$V_{c\&t}(X) \leq V_c(X) + (V_c^q - V_{c\&t}^q) + (e_c^q - e_{c\&t}^q)$$

となる． $V_c^q - V_{c\&t}^q$ が q によって異なる場合や q の不確実要素として $e_c^q - e_{c\&t}^q$ が確率分布として表されるような場合，焦点を S と D とするが離心率の異なる双曲線 H_i の集合が考えられる．

2.2 Transit mode competition in a non-homogeneous setting

ここでは，2.1 に加えて，円で表された中心地または混雑地へ入るためには必ず地点Eを通らなければいけない場合を考える．それより外側の郊外での（自家用車での）移動速度は中心地のそれよりもはるかに大きいとする．

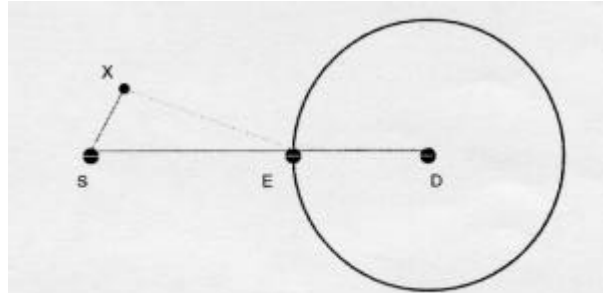


Figure 2: Access to D via gate E

$t_c(A, B)$ を中心地内の 2 点 AB 間の期待移動時間とすれば，トランジットシステム

を用いるのは次の不等式を満たす領域にいる利用者である．

$$t_c(X, S) + t_t(S, D) \leq t_c(X, E) + t_c(E, D) + d$$

ここで， v_c, v_c' を郊外と中心地の平均速度とすれば，領域の境界線は S, E を焦点とする双曲線

$$\frac{d_c(X, S)}{v_c} + t_t(S, D) = \frac{d_c(X, E)}{v_c} + \frac{d_c(E, D)}{v_c'} + d$$

となる．整理すると

$$d_c(X, S) - d_c(X, E) = \frac{v_c}{v_c'} d_c(E, D) + v_c(d - t_t(S, D)) = 2a'$$

となる．Figure 3 から明らかなように，ここでも 2.2 と同様に自家用車の速度 v_c が大きくなるにつれて，トランジットシステムを選択する領域が小さくなる．

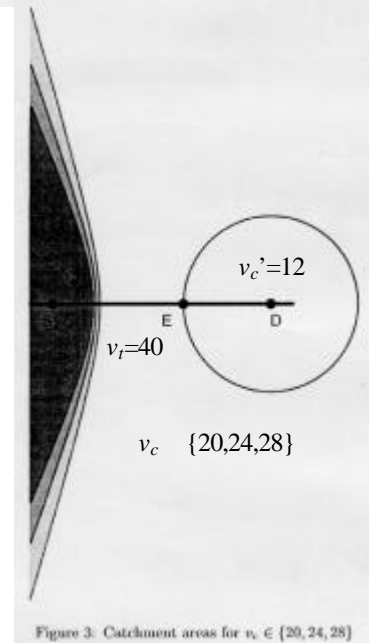


Figure 3: Catchment areas for $v_c \in \{20, 24, 28\}$

【双曲線】

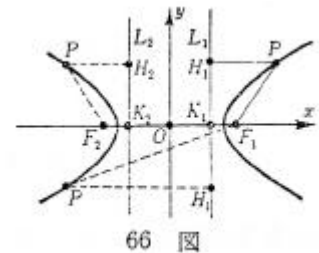
方程式 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) によって表される曲線であり，ある定点 F_1, F_2 を考えたときそ

れらの点からの距離の差が一定となる ($|PF_1 - PF_2| = 2a$) ような点 P の集合である． F_1, F_2 は焦点と

呼ばれ，下図においては $F_1 = (\sqrt{a^2 + b^2}, 0), F_2 = (-\sqrt{a^2 + b^2}, 0)$ となる．さらに，このとき離心率

e は次のようになる．

$$e = \frac{PH_1}{PF_1} = \frac{PH_2}{PF_2} = \sqrt{1 + \frac{b^2}{a^2}} \left(= \frac{x_{F_1}}{a} \right)$$



66 図

2.3 隣接した Park-and-Ride Stations の捕捉エリア

捕捉エリアで考えた地域 A を分解した $A(c), A(S_1), \dots, A(S_q)$ は park-and-ride 施設によって与えられた線の全ての駅を考えた時に得られる。パラメータの値を固定することにより、捕捉エリアの境界曲線は、隣接した park-and-ride 駅 S と S' と私的な mode のそれぞれに、乗客によりカバーされた 3 つの地域 $A(S), A(S'), A(c)$ を決定する。

命題 3

park-and-ride 施設の利用者数に対する隣接した駅の(レベル)捕捉エリアの境界は、双曲線の分枝でもある。

$$t_c(X, S) + t_t(S, D) = t_c(X, S') + t_t(S', D)$$

証明 $t_c = \frac{d_c}{v_c}, t_t = \frac{d_t}{v_t}$ より、上の式は以下の式を導く。

$$d_c(X, S') - d_c(X, S) = \frac{v_c}{v_t}(d_t(S, D) - d_t(S', D)) = 2a''$$

$a'' = 0, v_c = 20, v_t = 40, d_t(S, D) = 10, d_t(S', D) = 6$ で、 S'' が park-and-ride 施設の外の駅にあるときの捕捉地域を Figure 4 に描く。

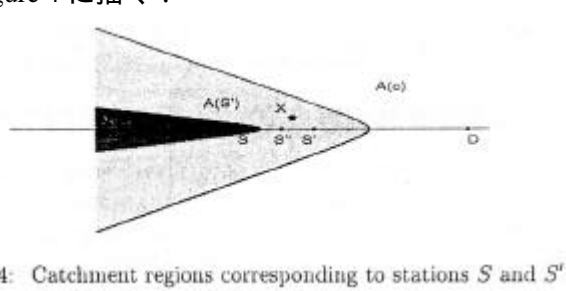


Figure 4: Catchment regions corresponding to stations S and S' .

3. 捕捉レベル . 線の Park-and-Ride Coverage

考えられた地域 A が国勢調査単位地区 A_j に分けられるとしよう ($A = \bigcup_{j=1}^J A_j$). ここで各ゾーン A_j は、(他の社会経済的な特性と同様、車の入手可能密度を表す) $r_j > 0, \forall j = 1, \dots, J$ によって適当に重み付けられたポリゴンの地域である仮定する。

自家用車を用いて地域 A 内の移動時間を見積もるために、重み付けられた Euclidean norm, $t_c(X, Y) = t_c \|X - Y\|_2$ が用いられる。距離の観点から、関係のある関数は地域 $A(S)$ 内にある、あらゆる点 X に対する偏差 $r(X) = d_c(X, S) - d_c(X, D)$ である。

連続的な重力モデルを用いることにより、park-and-ride coverage (範囲) は以下のように表される：

$$R_p(S) := \sum_{j=1}^J r_j \int_{A(S) \cap A_j} \frac{dX}{r(X)^2}$$

数値計算のために駅 S の park-and-ride coverage を定義する関数は離散的になる (?); 実際には、異なるレベルの魅力 (誘引力) $K (r_k > 0)$ が考えられるだろう。関数 $d_c(X, S) - d_c(X, D), \forall X \in A(S)$ の範囲は、 $[-d_t(S, D), 2a]$ であるので、魅力のレベル r_k は、 $r_k = -d_c(S, D) + k \frac{2a + d_c(S, D)}{K}, k = 0, 1, \dots, K$ である。それゆえ、レベル r_k は、境界

が点 S と点 D に焦点をもつ双曲線の分枝である地域 $B_D(S, r_k)$ を定義する (Figure 5):
 $X \in B_D(S, r_k) \Leftrightarrow d_c(X, S) - d_c(X, D) \leq r_k$

各駅の park-and-ride coverage $R_p(S)$ を計算するために, 地域 B'_k は捕捉エリア $B_D(S, r_k) \equiv B_k$ をもつ各の交差により定義される: $B'_k = B_k \cap \left(\bigcup_{j=1}^J A_j \right) = \bigcup_{j=1}^J (B_k \cap A_j)$. $B'_0 = ?$ と仮定し, 重力モデル[10]から導かれた関数によって魅力をモデル化すると, 駅 S の離散的な park-and-ride coverage は以下ようになる:

$$R_p(S) := \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K \frac{r_j}{\left(\frac{r_{k-1} + r_k}{2} \right)^2} \text{Area}((B'_k \setminus B'_{(k-1)}) \cap A_j).$$

Park-and-ride coverage の定義は, 個々のユーティリティの非空間的な成分が考えられる場合に適合するというを記しておく. それから, 関数 $r(X)$ と積分演算子 dX の定義は非空間的な個々の属性を含むために modify されなければならない.

4. 結論と最近の研究

駅が park-and-ride 施設を持つとき, 潜在的な利用者は, 個人的な手段によって駅に到達する時間だけでなく, 輸送システムで費やされる時間も考慮に入れる. この条件は, 一般的に境界が双曲線である捕捉地域を築くことに通じている. 同じ種類の円錐曲線は, 駅によって coverage を特徴づけている異なる設定において現れる. とりわけ, これは選択モデルに用いられるユーティリティが空間的に説明できない個々の属性に相当する (数式の) 項を含む, より一般的な場合においても生じる. しかしながら, 空間的な個々の成分にあるユーティリティの分解は, 潜在的な利用者の行動を park-and-ride 駅について彼らの相対的な位置に関する分析を可能にする.

最後に, 全体の coverage を最大化することによって駅の配置を決める一般的な問題をよく理解するために, 考えられる問題は, park-and-ride 施設によって与えられる q 駅を配置することからなり, 輸送システムのテクニカルな特徴が, いわゆる Constraint on Interstation Spacing[9]を強制的に含ん

でいる. すなわち $\max_{S_i \in L \cap (CIS)} R_p(L) := \sum_{i=1}^q R_p(S_i)$.

この最適化問題は今後研究するに値する.

計画中の地域に住む人々の個々の行動についてのいくつかの知識は, この論文において与えられた結果を現実のケースに応用する前に必要とされるだろう. 加えて, 土地利用計画のような他の要因や両駅と park-and-ride 施設の配置は, 利用者数に大きな影響を及ぼす.

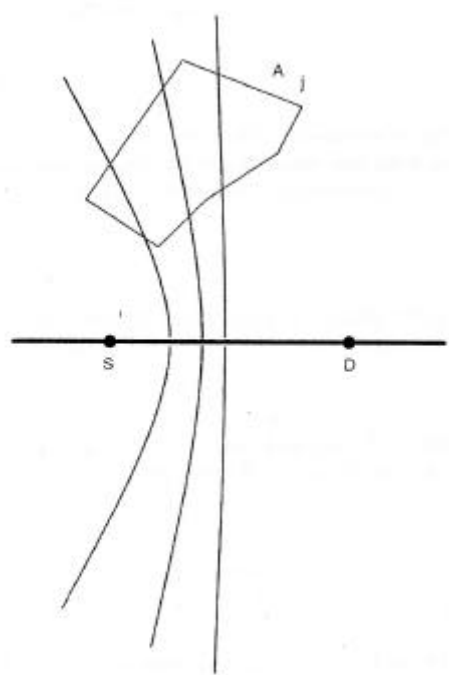


Figure 5: Attraction levels from station S.

【文献】Matti Pursula(2001),Mathematical Methods on Optimization in Transportation Systems ,KLUWER ACADEMIMIC PUBLISHERS

Chapter6

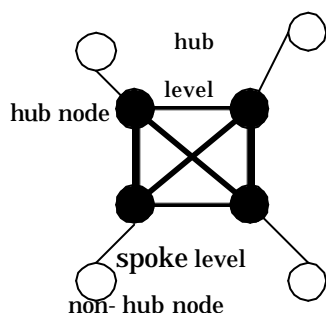
HUB LOCATION PROBLEMS IN URBAN TRAFFIC NETWORKS

要約 ここでは、都市公共交通ネットワークに適用できる新しい hub location モデルを述べる。そのようなモデルを得るために、hub location 問題においていつも満たされている、公共交通ネットワークにとって役に立たない幾つかの一般的な仮定を緩めている。例えば、ここでは hub node どうしが完全に相互に連結していなければならないという要求はしていない。これらの新しいモデルはネットワークデザインの公式化に基づいている。そしてその中に、流れの法則によってすべての流れは幾つかの hub node を通っていなければならないという制約が述べられている。ここで、これらの新しいモデルの解法の手引きと幾つかの例題の結果を説明する。

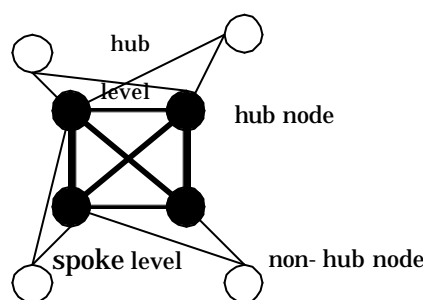
1 . INTRODUCTION

ここでは、地下鉄やバスなど 2 種類の乗り物が使える場合の都市公共交通ネットワークを見ていく。総費用を最小化する公共交通ネットワークを計画することが課題である。hub node と呼ばれるポイントの立地とそれ以外の node の hub node への割り当ての過程が非常に重要である。

hub ネットワークには、single allocation と multiple allocation がある。(下図参照)



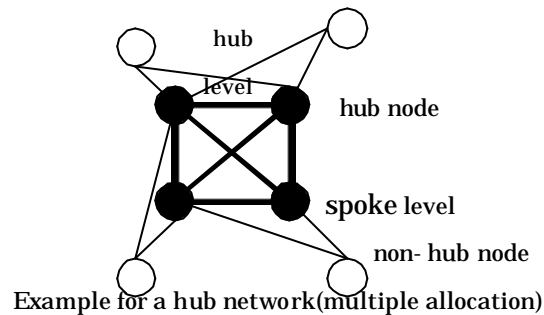
Example for a hub network(single allocation)



Example for a hub network(multiple allocation)

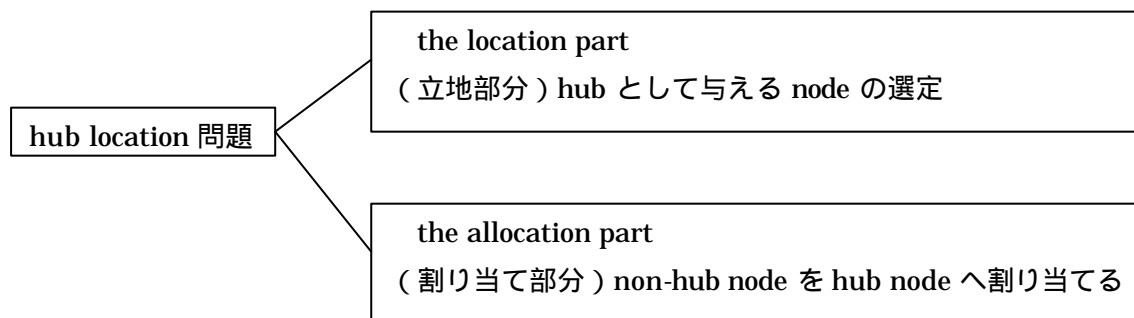
ここでは、hub location 問題の公共交通への応用を考えている。公共交通への最も有用な応用が出来るであろう問題は、費用の固定された multiple allocation の hub location 問題である。2.1 ではこの問題の修正済み容量制限なしのものを考えている。都市公共交通ネットワークに対してより有益な新たなモデルを得るため、2.2 では hub location 問題で常に満たしている一般的な仮定をゆるめている。これらの新しいモデルはネットワーク計画問題に対応する。3 では、異なる解決案の概観を与えている。4 では幾つかの具体例を述べ、5 では結論を述べている。

MODELING HUB LOCATION PROBLEMS



hub レベルネットワークは、hub node 同士をつなぐ。spoke レベルネットワークは、hub node と non-hub node をつなぐ。multiple allocation(複合的な配置)なので、non-hub node が幾つかの hub node に割り当てられることもある。

公共輸送では、hub edge は地下鉄などの高速路線を表し、spoke はバスなどの路線を表す。乗客は hub node で乗り換え可能。



hub location モデルで用いられる一般的な仮説

- (a) hub レベルネットワークは完全グラフである
- (b) hub 間のつながり(路線)を利用することによって、単位あたりの費用が spoke を利用する場合に比べ、安くなる。そこで、hub 間のつながり(路線)を利用することによる割引率を $(0 < \alpha < 1)$ とする。
- (c) non-hub node 同士が直接つながってはいけない
- (d) 費用は距離に比例し、距離は三角不等式を満たす

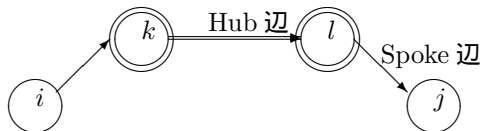
2.1 THE UNCAPACITATED FIXED CHARGE MULTIPLE ALLOCATION HUB LOCATION PROBLEM

ここでは、容量制限のない固定費用の multiple allocation な hub location 問題の修正済み公式化を与えている。これは、hub node の固定費用を考えているだけでなく、hub edge の固定費用も考えている点で従来のもの[3]とは異なる。

2.2 Models for Applications in Public Transportation

今の Hub 立地モデルは公共交通に適用できない、なぜなら、前提 (a)(c)(d) が満たされていないから。Hub レベルのネットワークでの経路選択は直行される (a)(d) という必要を緩和したい。なぜなら距離グラフは完全でない、三角不等式が有効ではない（距離が遠いといって、コストが高いわけでない？）、直行 Hub 辺設置の固定費用が非直行移動のコストよりも高い。まず、前提 (c) を守りすが、それもまた緩和できることを示す。

これまでの Hub 立地モデルでは、この非直行移動がモデル化されていない。なぜなら、 X_{ijkl} は全体のフローパスを表すのに十分でない。ゆえに、ネットワーク設計の定式化に基づいて、新モデルを提案する。（[11],[9],[12],[2]）



2.2.1 公共交通 Hub 立地問題 (PT)

UFC に似ている。Spoke 接続は、各フローパスの最初と最後の辺にのみ結ばれ、Hub ノードで始まるか終わる。直行接続は少なくとも 1 つの Hub を経由せねばならない（前提 (c)）。

ϵ で Hub&Spoke ネットワーク全体を構成する辺の集合を表す。例： $\epsilon = \{\{i, j\} \in \mathcal{N}, i \leq j\}$ 有向辺も可能であるが [12]、本書では無向辺に常に立地させる。

変数は、辺に基づいた意味である。

- X_{ijkl} : Hub 辺 $\{k, l\}$ (有方向) を経由して、商品種 (i, j) の一部
- $S_{ijkl} (\geq 0)$: Spoke 辺 $\{k, l\}$ (有方向) を経由して、商品種 (i, j) の一部
- $Y_{kl} (k \geq l)$: 1 なら辺 $\{k, l\}$ は Hub 辺となる。

制約式 (6.2) : すべてのフローは Hub を経由する必要があるという制約。品種 (i, j) のフローの流量保存法則として再定式化。制約式 (6.3)(6.4) : 新変数 Y_{kl} によって書き直した。

公共交通 Hub 立地問題 (PT) への混合整数計画問題としての定式化：(6.9) ~ (6.12)

- (6.9) : 目的関数。輸送費用 (Hub k, l 間と Hub i, j 間) kl 間 Hub 立地費用、施設立地費用
- (6.10) : 品種 $(i, j) (i \neq j)$ の流量保存則。 $k = i$: 出発地が Hub、 $k = j$: 到着地が Hub。
- (6.11), (6.12) : 品種 (i, i) の流量保存則。 後者は、 $i \in \mathcal{N}$ でフロー量 $W_{ii} \neq 0$ の場合のみ必要。
- (6.13), (6.14) : Hub 間連結は Hub 辺を利用する。
- (6.15), (6.16) : Spoke は Hub で始まるか終わる。（Hub 辺に必ず連結）
- (6.17) : 直行連結は少なくとも 1 つの Hub を利用する。（c）

- (6.18) : Spoke 連結は各フローパスの最初と最後の辺のみ許す。
- (6.19),(6.20) : Hub 辺は Hub を起終点とする。
- (6.23) : 辺 $\{k, l\}$ は i, j へ一方向のみ使われるので、(6.13),(6.14) から置き換える。全品種 (i, j) を足し合わせることで求まる。これにより制約式を減らすことができるが、残念なことに LP 緩和を弱めてしまう。[2]

非制約複数割当 Hub 立地問題と同様に、 X_{ijkl}, S_{ijkl} が 0-1 変数である PT の最適解は存在する。これは、各ノードペア間の全フローは、1つのパスのみを経由する。また、PT の最適解では、 $Y_{kl} = 1$ は $S_{ijkl} = 0$ を意味する。

2.2.2 一般化公共交通 Hub 立地問題 (GPT)

Spoke 辺を設置する固定費用を導入するが、Spoke 辺は制約なしに使用することを認める。MIP 定式化はまた 2 つの異なる種類の辺を持つネットワーク設計問題である。新変数の定義。

- Z_{kl} : 辺 $\{k, l\}$ が Spoke 辺なら 1。
- $J_{kl} (\geq 0)$: ノード k, l 間の非直行 Spoke 辺を設定する固定費用。 $J_{kl} \leq I_{kl}$ を想定。(Hub の方が Spoke よりも建設費が高い?)

一般化公共交通 Hub 立地問題 (GPT) の定式化 : (6.24) ~ (6.28)

- (6.24) : 目的関数。輸送費用 (Hub k, l 間と Hub i, j) kl 間 Hub 立地費用、 kl 間 Spoke 立地費用、施設立地費用
- (6.25),(6.26) : Spoke 連結は Spoke 辺を利用する (13,14 と対応)。 Y_{kl}, Z_{kl} どちらか 0 ならば、最適解が存在する。

GPT モデルの弱点は、全フローパスでの辺タイプの変更する数に制約がないこと (Spoke から Hub へ、またはその逆)。公共交通への応用において、これは乗客が交通手段を頻繁に変えることを意味し、それは不便である。よって、変更数が q を超えない制約を追加する。

- C_{ijl} : フロー i, j 間で使われている辺タイプが変わったら 1 .
- (6.29),(6.30) : フロー i, j がノード l で変わった場合のみ $C_{ijl} = 1$ 。すなわち Hub 辺経由で l での出発量と到着量が異なる場合。
- (6.31) : 変更数が q を超えない

3 Solution Approaches

PT と GPT は近似的に、UFC など普通のモデルと同じサイズである。 $O(|N|^4)$ 変数で、 $O(|N|^4)$ の線形制約式が必要。しかし、ネットワーク設計問題では、多くの良いヒューリスティクスがあり (双対上昇法 [2]、分枝限定法 [12])、この問題にも適用できる。

最短路アルゴリズムを基にした解法に着目する。Section1 で見たように、一般の Hub 立地は、立地と割当の 2 つの部分で構成される。Hub の集合 \mathcal{H} がすでに固定されていたら (立地が解けて

いたら)、無制約複数割当 Hub 立地問題の割当部分は、すべてのペアの最短路アルゴリズムで解く (Floyd-Warshall 法 [1])、複雑さは $O(|\mathcal{H}||\mathcal{N}|^2)$ ([7]) である。各最短路は、Hub だけを経由する。立地の部分は、列挙法、分枝限定法や貪欲・交換といったヒューリスティクスを適用できる。

PT と GPT は、立地 (Hub ノードと Hub 辺) と割当の 3 つから構成される。割当部分は、全ペア最短経路問題を解く。PT では、最初と最後の辺を除いて、すべての最短路では Hub 辺のみが使われねばならない。一方、GPT では最短路は Hub 辺と Spoke 辺の両方經由することができる。Hub 辺の立地について、Hub ノード \mathcal{H} の集合が固定であるなら、Hub 辺の立地する可能性は、 $2^{\binom{|\mathcal{H}|}{2}}$ 。正確なアルゴリズムは、 $|\mathcal{H}|$ が小さいときのみ有効なので、ヒューリスティクスの開発が必要である。Hub レベルでの移動にとって、多くのフローパスほど割引要素 α が有利になるので、Hub レベルを結び付けさせるという考えである。最小コスト接続形状は、(固定費) 最小木 (MST) であり、それは Dijkstra 法 [1] の最短路アルゴリズムを使えば、 $(|\mathcal{N}|^2)$ の効率で計算できる。Hub 立地問題の目的関数値を改良するために、MST へ貪欲や交換ヒューリスティクスを適用できる。

文献 ; Matti Pursula(2001),Mathematical Methods On Optimization In Transportation Systems

Stefan Nickel,Anita Schobel,Tim Sonneborn

Chapter6 ;Stefan Nickel,Anita Schobel,Tim Sonneborn

HUB LOCATION PROBLEMS IN URBAN TRAFFIC NETWORKS

4. AN ILLUSTRATIVE EXAMPLE

要約

実際のデータを元に、UFC、PT、GPT という 3 種の混合整数問題を比較している。

を 0 から 1 へと変化させていく中で、最適解の変化や hub nodes 数、hub edges 数の変化を分析している。

民間航空会社の 10 node problem(1970 年、アメリカ 10 都市間)の旅客者の流動と距離を表している

$$F_i = 50000000 \quad (\text{hub nodes } i \text{ の建設費用})$$

$$I_{kl} = 5000 * d_{kl} \quad (\text{hub edges } kl \text{ の建設費用}) \quad d \text{ は距離}$$

Table6.1 :

UFC 問題と PT 問題での hub nodes と hub edges の位置と単位 flow 当たりのコストを比較している。

U FC 問題 全ての hub edges は立地が決まっているので、hub edges 数は順に減っていく

PT 問題 最適解と MST (最小木問題) の差 (比較) に注目

Figure6.2 の太線は hub edges,細線は spoke edges を表している。

点線の edges は最適解を得るために MST の hub edges に必要な線。(PT)

$$\alpha \in [0,1]$$

= 1 の場合

最適解を得るため、hub edges からはずされる。それを点線で表している。

hub edges を利用する利点なくなるため。Discount がないので、hub edges は必要ない。

= 0 の場合

MST が最適解の状態である。

Hub 間の交通が自由あり hub edges を建設する必要がないからだ。

Non hub nodes はすべて最も近い hub に結ばれている

= 0.2 0.4 の場合

discount factor を利用するため hub edges が建設される。

= 0.6 0.8 の場合

discount が減少してくるため、hub edges 建設が減少する。

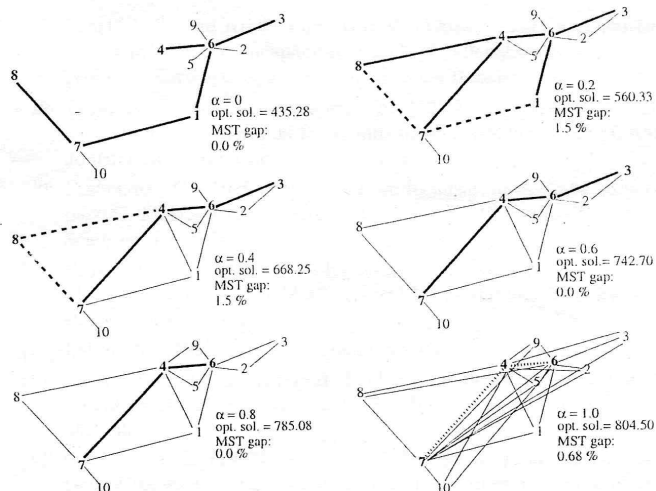


Figure 6.2 Comparison of MST and optimal solution for (PT)

GPT 問題

	(GPT)			
	q=0	q=1	q=2	basic version
0	509.69	446.81	433.35	433.35
0.2	619.07	565.53	557.02	557.02
>0.4	619.07	619.07	619.07	619.07

Figure 2 ; 変数 q に対して、GPT 問題における最適解

Figure 6.2

GPT 問題での最適解 を計算

$q \in \{0, 1, 2, \dots\}$ という条件を与えた場合と与えない場合 (basic version) を比較している。

この表より

- すべての a に対し、 $q=2$ の時の最適解と basic version の値が等しい
すべての旅客は多くて 2 回乗換えをするはずだ。
- $a \geq 0.4$ と $q \geq 0$ に対し、最適解はすべて等しい
hub nodes, hub edges を建設する価値はない。つまり最適解は spoke edges を建設することのみである。

結果 (CONCLUSIONS) 要約

この論文では、都市公共交通ネットワークに適應する hub location problem に対し、新しい混合整数式を提示している。

UFC では、hub 間では完全グラフである、と条件を緩和している。ここでは spoke edges はすべての path に対して、最終か最初の edges だとみなされている。

今後の研究では、本論文での解決方法が数値例で実施する。

ここで表現されているモデルは主に最小コストという客観的な考慮をしているので、顧客満足は含まれる容量制限のある新しいモデルが研究され、hub nodes, hub edges は制限のある旅客流動量を扱うことさえできる。